

Mathematik**Klassen F3a / F3b / F3c / F3d**

Bemerkungen: Die Prüfungsdauer beträgt 3 Stunden.
 Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt.
 Von 8 gelösten Aufgaben wird die am schlechtesten gelöste Aufgabe gestrichen.
 Zu Aufgabe 8 existiert ein Arbeitsblatt im Anhang.

Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner und Formelsammlung.

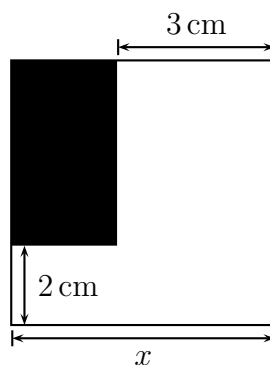
Punkteverteilung:

1	2	3	4	5	6	7	8	Total
10	10	10	10	10	10	10	10	80

1 Quadratisches

Beide Teilaufgaben sind voneinander unabhängig.

- a) Welche Seitenlänge besitzt das Quadrat, wenn das eingefärbte Rechteck 12 cm^2 Flächeninhalt hat? (4P.)



- b) Jeannine wirft einen Ball in der Form einer Parabel, die mit folgender Funktionsgleichung beschrieben werden kann: $f(x) = -0.02x^2 + 0.6x + 1.5$ (Einheit für x und y : Meter)
- b₁) Machen Sie eine Skizze der Parabel (bitte beschriften). (1.5P.)
- b₂) In welcher Höhe hat Jeannine den Ball abgeworfen, wenn sich ihre Füße im Ursprung des Koordinatensystems befinden? Geben Sie an, wie die Abwurfhöhe berechnet wird. (1P.)
- b₃) Wie weit fliegt der Ball? (1.5P.)
- b₄) In welcher horizontalen Entfernung hat er den höchsten Punkt erreicht? (1P.)
- b₅) Geben Sie die Scheitelpunktsform der quadratischen Funktion an und bestimmen Sie den Scheitelpunkt. (1P.)

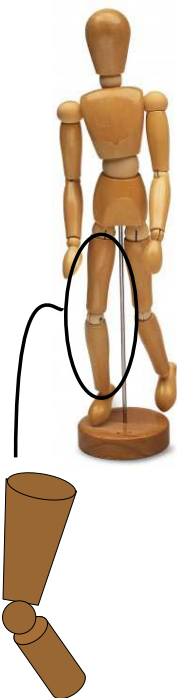
2 Trigonometrisches

Der Fluglotse bei Skyguide sitzt vor seinem Radarschirm und sieht eine anfliegende F/A-18. Die Radarstation, welche die Daten für den Bildschirm des Fluglotsen liefert, ermittelt zu jeder Position des Flugzeugs die Entfernung r zur Station sowie den Winkel α der Geraden zwischen Station und Flugzeug zur Horizontalen. Aus zwei aufeinander folgenden Datensätzen kann der Rechner alle relevanten Daten berechnen (Genauigkeit: 4 signifikante Stellen).

	Entfernung	Winkel
Position 1	$r_1 = 6946 \text{ m}$	$\alpha_1 = 30.26^\circ$
Position 2	$r_2 = 5000 \text{ m}$	$\alpha_2 = 36.87^\circ$

- a) Erstellen Sie eine Zeichnung des Sachverhaltes im Massstab 1:100'000. (2.5P.)
- b) Berechnen Sie vom Flugzeug
- b₁) die horizontale Differenz zwischen den beiden Messpunkten. (3P.)
 - b₂) den Höhenunterschied der beiden Messpunkte und (3P.)
 - b₃) die zwischen den beiden Messpunkten zurückgelegte Strecke s . (1.5P.)

3 Räumliches



Gliederpuppen sind als Anschauungshilfe in Gestaltungsfragen oder aus der Geschichte von Pinocchio bekannt. Ein Hund hat das rechte Bein unserer Gliederpuppe zermalmt, nur der Fuss ist heil geblieben. Für die Reparatur brauchen wir drei Teile und nehmen dafür vom intakten linken Bein Mass. Wir wollen aus drei einfachen ausgefüllten Körpern aus Holz ein neues Bein herstellen: Oberschenkel - Knie - Unterschenkel. Wir erhalten folgende Werte:

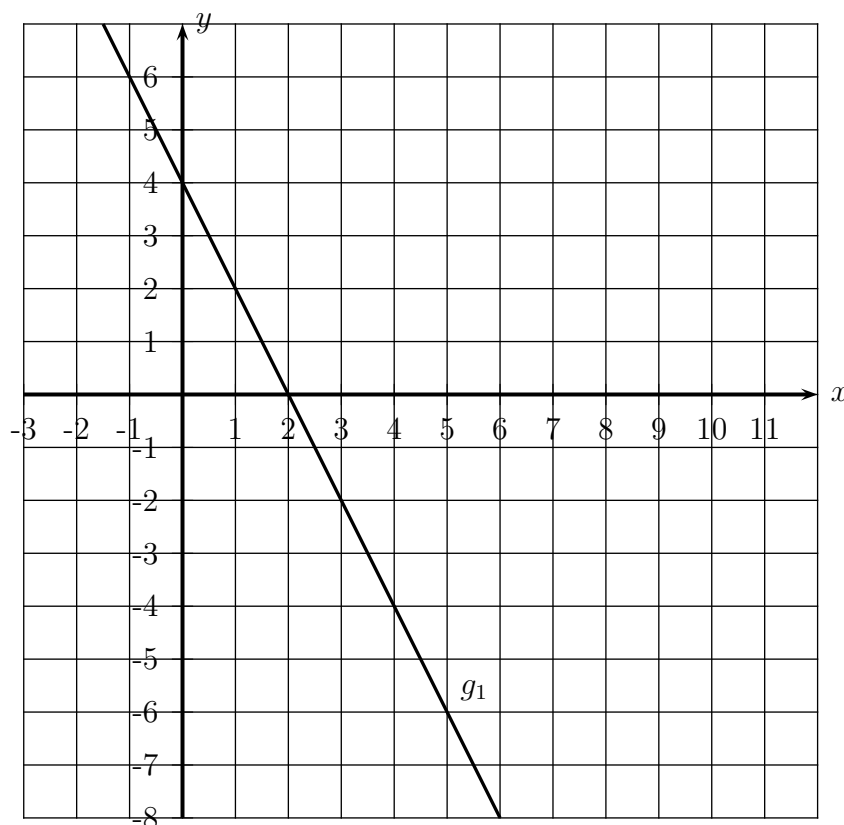
Teil	Rotationskörper	Grösse	Mass
Oberschenkel	Kegelstumpf (auf den Kopf gestellt)	Grösserer Radius r_o (oben):	$r_o = 8 \text{ mm}$
		Kleinerer Radius r_u (unten):	$r_u = 5 \text{ mm}$
		Höhe h_K :	$h_K = 40 \text{ mm}$
Knie	Kugel	Radius r	$r = 5 \text{ mm}$
Unterschenkel	Zylinder	Radius r_z	$r_z = 5 \text{ mm}$
		Höhe h_z	$h_z = 50 \text{ mm}$

- Skizzieren Sie den Aufriss eines kompletten gestreckten Beines, ohne Fuss, und tragen Sie alle bekannten Grössen sachgerecht ein. Berechnen Sie die Beinlänge. (3P.)
- Welche Masse m in Gramm hat das kugelförmige Knie bei einer Holzdichte von $\rho = 750 \text{ kg/m}^3$? (Runden Sie das Ergebnis auf 4 signifikante Stellen.) (3P.)
- Sie wollen ein karottenförmiges, genauer gesagt kegelstumpfförmiges Hosenbein für die Gliederpuppe nähen, das am Oberschenkel oben und am Unterschenkel unten nahtlos anschliesst und straff gespannt ist. Welchen Flächeninhalt A hat der dazu nötige Stoff mindestens? Geben Sie ein auf mm^2 genaues Resultat an. (4P.)

4 Lineares

Im Koordinatensystem finden Sie die schematische Darstellung eines horizontalen Strassenstücks g_1 von oben gesehen.

- a) Finden Sie die Geradengleichung von g_1 durch Ablesen aus der Graphik. (1.5P.)
- b) Eine andere gerade Strasse g_2 verläuft durch die Punkte A(-2/-7) und B(10/-1). Finden Sie die Geradengleichung g_2 rechnerisch und zeichnen Sie diese Gerade mit einem Steigungsdreieck ein. (2.5P.)



Hinweis: Sollten Sie die ersten beiden Aufgaben nicht lösen können, rechnen Sie mit den folgenden Geradengleichungen weiter:

$$g_1: y = -\frac{1}{3}x - 1$$

$$g_2: y = 3x + 9$$

- c) Prüfen Sie mit einer Rechnung, ob der Punkt C(29/-32) auf der Geraden g_1 liegt. (1P.)
- d) Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Geraden? Begründen Sie. (2P.)
- e) Ein weiteres Strassenstück misst 10.6 cm auf der Landkarte (Massstab 1:25'000). Dabei steigt die Strasse 150 m an.
- e₁) Stellen Sie die Situation massstabsgetreu in einer Zeichnung dar. (1P.)
- e₂) Berechnen Sie die Steigung in % und den Neigungswinkel. (2P.)

5 Potenzen und Wurzeln

Moleküle:

- a) Bei Normalbedingungen (0°C und 1013 hPa) sind in 22.4 Liter eines Gases $6.02 \cdot 10^{23}$ Moleküle enthalten. Aus wie vielen Molekülen besteht bei Normalbedingungen 1 cm^3 Luft? (1.5P.)
- b) Wir stellen uns vor, dass diese Moleküle, die in 1 cm^3 Luft vorkommen, in einer Reihe an einem Beobachter vorbeifliegen, und zwar 1 Million pro Sekunde. Wie viele Jahre würde es dauern, bis alle vorbeigezogen sind? Rechnen Sie mit 365 Tagen pro Jahr. (Wenn Sie Aufgabe a) nicht lösen können, nehmen Sie für die Anzahl Moleküle in 1 cm^3 Luft $2.9 \cdot 10^{19}$) (2P.)
- c) Die in 1 cm^3 Luft enthaltenen Moleküle denken wir uns gleichmässig über die gesamte Erdoberfläche von $5.10 \cdot 10^8\text{ km}^2$ verteilt. Wie viele Moleküle würden auf 1 cm^2 fallen? (2P.)

Vogelarten:

Je grösser ein Lebensraum ist, desto mehr Vogelarten kann man beobachten. Biologen tüftelten für Mitteleuropa eine Formel aus, welche die Abhängigkeit der Artenzahl N von der Fläche A in km^2 überraschend gut beschreibt: $N = c \cdot \sqrt[3]{A}$ (c ist eine Konstante)

- d) In Deutschland ($A = 3.6 \cdot 10^5\text{ km}^2$) gibt es 258 Vogelarten. Berechnen Sie die Konstante c (runden Sie den Wert c auf eine ganze Zahl). (1.5P.)

Für die weiteren Aufgaben verwenden Sie den gerundeten Wert c aus Aufgabe d). Falls Sie Aufgabe d) nicht lösen konnten, verwenden Sie für $c = 40$.

- e) In der Schweiz findet man 187 Vogelarten. Wie gross ist demnach die Fläche der Schweiz? (1.5P.)
- f) Um wie viel Prozent nimmt die Anzahl der Vogelarten zu, wenn sich die Fläche verzehnfacht? (1.5P.)

6 Kombinatorisches

Eine Schulklasse geht auf eine Exkursion. Die Klasse besteht aus 11 Schülerinnen und 7 Schülern und wird von 2 Lehrerinnen begleitet.

Bitte geben Sie bei sehr grossen Zahlen nur 4 signifikante Ziffern an.

- a) Im Zugabteil sind vier Sechserabteile für die Klasse reserviert. Auf wie viele Arten kann sich die Klasse samt Lehrerinnen auf die freien Sitze verteilen,
- a₁) wenn wichtig ist, wer sich auf welchen Sitz setzt? (2P.)
- a₂) wenn nur wichtig ist, welche Sitze besetzt werden und welche nicht? (2P.)
- b) Während der Fahrt wird in einem Abteil ein Würfelspiel gespielt. Es steht ein Würfel zur Verfügung. Die Ziffern einer dreistelligen Zahl werden dabei durch dreimaliges Werfen des Würfels bestimmt. Wie viele dreistellige Zahlen sind dadurch möglich? (2P.)
- c) Beim Eintritt ins Museum müssen alle einzeln eine Drehtür passieren. Wie viele mögliche Reihenfolgen gibt es, wenn (4P.)
- c₁) keine Einschränkungen bestehen?
- c₂) die beiden Lehrerinnen zuerst eintreten?
- c₃) Timo und Lorenz unbedingt hintereinander eintreten möchten?
- c₄) zuerst alle Frauen (Schülerinnen und Lehrerinnen) und dann erst alle Schüler eintreten sollen?

7 Wahrscheinliches

In der Schweiz leben nach Angaben des Bundesamts für Gesundheit (BAG) seit einigen Jahren gleichbleibend etwa 25'000 HIV-positive Menschen. Das Bundesamt für Statistik (BFS) zählt für das Jahr 2006 eine Wohnbevölkerung von 7.5 Millionen Menschen. Das BAG veröffentlicht periodisch unter anderem die Zahlen zu HIV-Neudiagnosen:

Anzahl positive HIV-Neudiagnosen in der Schweiz nach Übertragungsweg

Übertragungsweg	2004	2005	2006	2004-2006 (total)
Heterosexuelle Kontakte	445	376	363	1184
Sexuelle Kontakte zwischen Männern	174	239	289	702
Injektion von Drogen	84	76	58	218
Andere Übertragungswege	43	31	52	126
Total	746	722	762	2230

- Wie gross ist in der Schweiz die HIV-Prävalenz, nämlich die Wahrscheinlichkeit, dass jemand einen positiven HIV-Status hat? (1P.)
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer von 100 Einwohnern der Schweiz HIV-positiv ist? (3P.)
- Zeichnen Sie ein Histogramm für die durch sexuelle Kontakte zwischen Männern bedingten HIV-Neudiagnosen im Zeitraum 2004 bis 2006. Wählen Sie als Klassenbreite ein Jahr. (3P.)
- Bestimmen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung aller jährlichen HIV-Neudiagnosen im Zeitraum 2004 bis 2006. (3P.)

8 Exponentielles

Der Grossvater schenkt einer FMS-Schülerin im Jahr 2008 zur bestandenen Abschlussprüfung Fr. 1000.-. Sie legt das Geld auf der Schweizerbank „Profitiirjetzä“ an.



- a) Die Bank verspricht ihr auf einem Sparkonto einen totalen Zinseszins von Fr. 834.- während den folgenden 10 Jahren. Wie gross ist der versprochene jährliche Zinssatz in %? Ist das Angebot verglichen mit den heutigen Zinssätzen seriös? (3P.)
- b) Im Jahr 2018 eröffnet der Geschäftsführer der Bank allen Kundinnen und Kunden niedergeschlagen die Nachricht, dass er die Gelder aus Raffgier veruntreut hat. Statt sie auf einem Sparkonto anzulegen, hat er das Geld von Anfang an in hoch risikoreiche amerikanische Immobilienaktien investiert. Tatsächlich hat er einen jährlichen Verlust von 14 % eingefahren. Wie viel ist das anfängliche Kapital nun noch wert? (2P.)
- c) Erstellen Sie eine Wertetabelle für das tatsächliche Kapital in den ersten 10 Jahren (gemäss den Angaben in Aufgabe b) und stellen Sie die Werte graphisch im beiliegenden Arbeitsblatt dar. (3P.)
- d) Die ehemalige FMS-Schülerin entscheidet sich, die Aktien weiterhin zu behalten. Leider fällt der Wert weiter - immer noch 14 % pro Jahr. In welchem Jahr haben ihre Aktien erstmals einen Wert von weniger als Fr. 1.-? (2P.)

9 Arbeitsblatt zu Aufgabe 8: Exponentielles

